

① a) Die meisten Menschen schätzen die Wahrscheinlichkeit sehr gering (zwischen 1 und 5%) ein.

b) $P(\text{mind. 2 Personen haben am gleichen Tag Geburtstag})$
 $= 1 - P(\text{alle haben an unterschiedlichen Tagen Geburtstag})$

$$= 1 - \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \dots \cdot \frac{343}{365}$$

↑
für die erste Person kann der Geburtstag frei gewählt werden

← für die zweite Person gibt es dann 364 Tage, an denen die erste nicht Geburtstag hat usw.

$$= 1 - \frac{365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot \dots \cdot 343}{365^{23}} \approx 0,5073 > 0,5$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass von 23 Personen mindestens 2 an gleichen Tag Geburtstag haben, ist über 50%.
(Bei 50 Personen sind es sogar über 97%.)

2.

9 Möglichkeiten:

Tor 1 gewählt	Tor 2	Tor 3	Moderator öffnet ...	Ergebnis beim Wechseln	Ergebnis beim Behalten
Auto	Ziege	Ziege	Tor 2 oder Tor 3	Ziege	Auto
Ziege	Auto	Ziege	Tor 3	Auto	Ziege
Ziege	Ziege	Auto	Tor 2	Auto	Ziege
Tor 1	Tor 2 gewählt	Tor 3			
Auto	Ziege	Ziege	Tor 3	Auto	Ziege
Ziege	Auto	Ziege	Tor 1 oder Tor 3	Ziege	Auto
Ziege	Ziege	Auto	Tor 1	Auto	Ziege
Tor 1	Tor 2	Tor 3 gewählt			
Auto	Ziege	Ziege	Tor 2	Auto	Ziege
Ziege	Auto	Ziege	Tor 1	Auto	Ziege
Ziege	Ziege	Auto	Tor 1 oder Tor 2	Ziege	Auto

3 von 9 Kandidaten gewinnen, wenn sie bei ihrer ersten Wahl bleiben, während 6 von 9 Kandidaten durch Wechseln das Auto bekommen.

Ein Kandidat hat durch Wechseln also eine durchschnittliche Gewinnwahrscheinlichkeit von $\frac{2}{3}$.

Er verdoppelt also seine Gewinnchancen ($\frac{2}{3}$ zu $\frac{1}{3}$).

Alternative: Nehmen Sie an, es gäbe 1 Mio. Türen und Sie wählen Tür Nr. 1. Dann öffnet der Moderator, der weiß, was hinter den Türen ist, und der die Tür mit dem Auto immer vermeidet, alle Türen bis auf Tür Nr. 777777. Sie würden doch sofort zu dieser Tür wechseln, oder nicht?