

Stochastik

Wiederholung: Vierfeldertafeln

1. Eine Urne enthält 100 Kugeln. 70 Kugeln bestehen aus dem Material Holz, die restlichen Kugeln sind aus Kunststoff. 25 der Holzkugeln und 10 der Kunststoffkugeln sind mit der Farbe Rot gestrichen, alle restlichen Kugeln sind grün.

Folgende Ereignisse werden definiert:

A: Die Kugel ist aus Holz

\bar{A} : Die Kugel ist aus Kunststoff

B: Die Kugel ist rot

\bar{B} : Die Kugel ist grün

a) Dieser Sachverhalt kann in einer Vierfeldertafel dargestellt werden:

	B	\bar{B}	Summe
A	25 $\frac{25}{100}$	45 $\frac{45}{100}$	70 $\frac{70}{100}$
\bar{A}	10 $\frac{10}{100}$	20 $\frac{20}{100}$	30 $\frac{30}{100}$
Summe	35 $\frac{35}{100}$	65 $\frac{65}{100}$	100 1

b) Aus der Urne wird eine Kugel zufällig gezogen. Mit den Daten der Tafel lassen sich direkt folgende Wahrscheinlichkeiten berechnen bzw. ablesen:

$$P(A) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10} = 0,7$$

$$P(\bar{A}) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$P(B) = \frac{35}{100} = \frac{7}{20} = 0,35$$

$$P(\bar{B}) = \frac{65}{100} = \frac{13}{20} = 0,65$$

$$P(A \cap B) = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$P(A \cap \bar{B}) = \frac{45}{100} = \frac{9}{20} = 0,45$$

$$P(\bar{A} \cap B) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{20}{100} = \frac{2}{10} = 0,2$$

c) Jemand zieht eine Kugel und spürt mit der Hand, dass es sich um eine Kunststoffkugel handelt. Wie groß ist nun die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Kugel in seiner Hand grün ist?

unter der Bedingung $P(\bar{B} | \bar{A}) = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} = 0,6$

2. 40 % einer Schülergruppe lernen Englisch, 30 % lernen Mathe und 20 % lernen Mathe, aber kein Englisch.

Folgende Ereignisse werden definiert:

E: „Schüler lernt Englisch“

M: „Schüler lernt Mathe“

	M	\bar{M}	Σ
E	0,1	0,3	0,4
\bar{E}	0,2	0,4	0,6
Σ	0,3	0,7	1

a) Erstellen Sie eine Vierfeldertafel.

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schüler beide Fächer lernt? $P(E \cap M) = 0,1$

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schüler genau eines der Fächer lernt? $P(\text{genau 1 Fach}) = P(E \cap \bar{M}) + P(\bar{E} \cap M) = 0,3 + 0,2 = 0,5$

d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schüler mindestens ein Fach lernt? $+ P(E \cap M) + P(\bar{E} \cap M)$

e) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Englisch lernender Schüler auch Mathe lernt? $= 0,1 + 0,3 + 0,2 = 0,6$

$$P(M | E) = \frac{0,1}{0,4} = 0,25$$

$$\text{bzw.} = 1 - P(E \cap \bar{M}) = 1 - 0,3 = 0,7$$