Quadratische Funktionen

Von der Normalform zur Scheitelform

---

1. Wandeln Sie mithilfe der quadratischen Ergänzung in die Scheitelform um und geben Sie den Scheitelpunkt an.

a) $f(x) = x^2 + 2x + 6$ $= (x+1)^2 + 5$, $S(-1|5)$

b) $f(x) = x^2 - 10x + 21$ $= (x-5)^2 - 4$, $S(5|-4)$

c) $f(x) = x^2 + 18x - 19$ $= (x+9)^2 - 100$, $S(-9|-100)$

d) $f(x) = x^2 - 6x + 13{,}5$ $= (x-3)^2 + 4{,}5$, $S(3|4{,}5)$

e) $f(x) = x^2 + 4{,}4x + 4{,}34$ $= (x+2{,}2)^2 - 0{,}5$, $S(-2{,}2|-0{,}5)$

2. Wandeln Sie mithilfe der quadratischen Ergänzung in die Scheitelform um und geben Sie den Scheitelpunkt an. Beschreiben Sie den Graphen der Funktion f.

Öffnung:

a) $f(x) = -x^2 + 8x - 16$ $= -(x-4)^2$, $S(4|0)$ NP, unten

b) $f(x) = 3x^2 + 12x - 30$ $= 3(x+2)^2 - 42$. $S(-2|-42)$ gestreckt, oben

c) $f(x) = -8x^2 + 2x - 12$ $= -8(x-\frac{1}{8})^2 - 11{,}875$. $S(\frac{1}{8}|-11{,}875)$ gestreckt, unten

d) $f(x) = 10x^2 + 40x$ $= 10(x+2)^2 - 40$. $S(-2|-40)$ gestreckt, oben

e) $f(x) = 9x^2 - 12x - 5$ $= 9(x-\frac{2}{3})^2 - 9$, $S(\frac{2}{3}|-9)$ gestreckt, oben

f) $f(x) = 0{,}2x^2 + 1{,}2x - 1{,}6$ $= 0{,}2(x+3)^2 - 3{,}4$, $S(-3|-3{,}4)$ gestaucht, oben

g) $f(x) = -0{,}5x^2 - 8{,}5 - 4x$ $= -0{,}5(x+4)^2 - 0{,}5$. $S(-4|-0{,}5)$ gestaucht, unten

h) $f(x) = 4 - 10x + 5x^2$ $= 5(x-1)^2 - 1$, $S(1|-1)$ gestreckt, oben

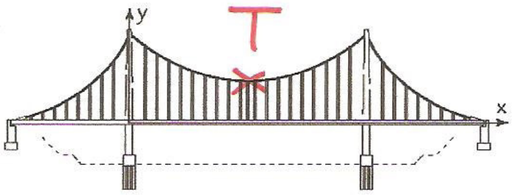
i) $f(x) = 1{,}5x + 6 + 4x^2$ $= 4(x+\frac{3}{16})^2 + 5{,}8593$. $S(-\frac{3}{16}|5{,}8593)$ gestreckt, oben

j) $f(x) = 3x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{9}{2}$ $= -\frac{1}{2}(x-3)^2$, $S(3|0)$ gestaucht, unten

3. Hängebrücke

Ingenieure planen eine Hängebrücke, die an dicken Drahtseilen aufgehängt ist. Den Brückenbogen kann man näherungsweise durch die Funktion f mit

$f(x) = \frac{1}{450}x^2 - \frac{2}{3}x + 60$ beschreiben.



Bestimmen Sie den tiefsten Punkt des Brückenbogens und seine Höhe über der Fahrbahn.

$$f(x) = \frac{1}{450}x^2 - \frac{2}{3}x + 60$$

$$= \frac{1}{450}(x^2 - 300x + 27.000)$$

$$= \frac{1}{450}(x^2 - 300x + 150^2 - 150^2 + 27.000)$$

$$= \frac{1}{450}\left[(x-150)^2 + 4500\right]$$

$$= \frac{1}{450}(x-150)^2 + 10$$

T (150 | 10) ist 10m über der Fahrbahn.